

Agent-Based Modeling: un'analisi critica della bibliografia e delle relazioni con la Teoria Generale dei Sistemi

Francesco Bertolotti, Luca Mari

Agent-Based Modeling: un'analisi critica della bibliografia e delle relazioni con la Teoria Generale dei Sistemi

Francesco Bertolotti*, Luca Mari**

Abstract

Nella letteratura scientifica emerge chiaramente una contrapposizione fra Agent-Based Modeling e la modellizzazione basata su variabili. L'obiettivo di questo lavoro è scoprire ed esplorare le relazioni fra i due paradigmi. Si parte da un'analisi critica della letteratura, con l'obiettivo di stabilire quali attributi rendono un agente tale. Si arriva così prima a considerare se un agente possa essere interpretato come un sistema di variabili, e poi a proporre un insieme di condizioni necessarie tradotte dagli attributi di ciascun agente, soddisfatte le quali si può affermare che un sottosistema dinamico sia un agente.

Keywords: modelli matematici, agent-based modeling, agenti, teoria generale dei sistemi

1. Introduzione

L'uso di modelli matematici per lo studio del comportamento di sistemi dinamici ha una lunga storia, soprattutto in alcune discipline come la fisica, l'ingegneria e le scienze economiche. Due esempi notevoli sono il modello della gravitazione universale di Isaac Newton e quello della crescita economica di Adam Smith. All'inizio del XX secolo la meta-struttura matematica di questi modelli, in particolare delle teorie fisiche legate alla tradizione della meccanica newtoniana (sistemi di equazioni differenziali che descrivono l'evoluzione nel tempo di variabili di stato), è stata oggetto di un riuscito tentativo di generalizzazione, con l'obiettivo di applicare modelli di sistemi dinamici anche a contesti diversi. Il principio alla base di questa generalizzazione venne proposto da Ludwig von Bertalanffy (1968) nella possibilità di individuare isomorfismi tra sistemi diversi, e dunque anche studiati da scienze diverse, e così esemplificato: "un principio vertente sulle oscillazioni di rilassamento esiste nei sistemi fisici, come pure in molti fenomeni biologici e in certi modelli di dinamica delle popolazioni". Nacque da ciò la Teoria Generale dei Sistemi (TGdS), intesa come componente formale del cosiddetto "pensiero sistemico".

In questo contesto è emerso più recentemente l'Agent-Based Modeling (ABM), a sua volta proposto come un paradigma per la modellizzazione di sistemi dinamici. L'ABM si

* fbertolotti92@gmail.com

** Università Carlo Cattaneo – LIUC, lmari@liuc.it

basa sull'idea che alcuni tipi di sistemi possano essere modellati rappresentando le singole entità che li compongono e attribuendo a queste, o a una parte di esse, un insieme di caratteristiche peculiari. Queste entità sono appunto dette *agenti*.

Secondo Thomas Kuhn (1962), “una rivoluzione scientifica è definita dall'apparire di nuovi schemi concettuali, o ‘paradigmi’. Questi ultimi portano a quegli aspetti anteriori che non erano stati considerati o percepiti, se non addirittura soppressi, nell'ambito della scienza ‘normale’ [...]. Si verifica allora una sorta di spostamento dei problemi presi in considerazione e studiati, nonché una modificazione nelle regole della prassi scientifica”. In quest'ottica si assiste a una contrapposizione fra il nuovo paradigma (la modellizzazione basata su agenti) e la “scienza normale” (la modellizzazione basata su variabili tipica della TGdS).

Dall'inizio del nuovo millennio vengono pubblicati articoli che mettono in relazione l'ABM con la TGdS, in particolare con la System Dynamics, una delle sue branche. Alcuni di questi studi descrivono le differenze fra le due discipline. Altri invece si concentrano sul raggiungimento di un'integrazione fra i due paradigmi. L'obiettivo generale di questo lavoro è di proporre una nuova e più completa forma di integrazione fra ABM e la TGdS. Per questo è stata prima di tutto compiuta un'analisi critica della letteratura, con particolare attenzione alla definizione di cosa sia un agente. Ciò è necessario in quanto l'ABM è una disciplina ancora giovane e non esiste al momento una definizione univocamente accettata.

Nella sezione 2 dell'elaborato è prima riassunta l'analisi della bibliografia utilizzata per realizzare questo articolo, con particolare attenzione ai testi e agli autori che si occupano di definire gli attributi che un'entità deve possedere per essere un agente. L'analisi è finalizzata a proporre un insieme di condizioni coerente con la letteratura. Queste condizioni sono poi messe in relazione fra loro secondo un ordine gerarchico, mostrando le motivazioni che hanno spinto a definire ciascuna connessione. Nella sezione 3 è proposta una prima ipotesi di integrazione fra ABM e TGdS, basata su una traduzione in termini di variabili di quanto mostrato in precedenza. La sezione 4 è dedicata alle conclusioni del lavoro, in termini di rilevanza e originalità, e ai suoi possibili sviluppi futuri.

2. Condizioni di agenzialità

2.1 Definizione

L'ABM è una disciplina relativamente recente, i cui concetti fondamentali – perfino quello stesso di agente – non hanno definizioni generalmente accettate. Per esempio, secondo Grimm e Railsback (2006) “agents are described as unique and autonomous entities that usually interact with each other and their environment locally”, mentre North e Macal (2007) sostengono che “an agent is an individual with a set of attributes and behavioral characteristics [...]. The attributes define what a given agent is. The behavioral characteristics define what a given agent does”. Confrontando queste definizioni emergono due elementi interessanti:

1. vi sono delle caratteristiche che un agente deve tipicamente possedere per essere tale: per Grimm e Railsback queste sono autonomia, unicità e capacità di interagire localmente, mentre per North e Macal sono adattività, autonomia ed eterogeneità;
2. le due definizioni hanno un diverso grado di genericità: la prima è più specifica, e un'entità che la soddisfa è un agente anche in accordo alla seconda, mentre non vale il viceversa.

Questo esempio è uno dei tanti che si possono portare per dimostrare l'abbondanza e l'eterogeneità dei concetti legati alla modellizzazione basata su agenti. Ciò è plausibilmente dovuto alla relativa novità della disciplina. A riguardo von Bertalanffy (1968) sottolinea che quando nasce un nuovo paradigma “si ha una vera e propria abbondanza di teorie in competizione, ciascuna delle quali trova il proprio limite in relazione al numero di problemi coperti, nonché all'eleganza delle soluzioni di quelli presi in esame”. Lo stesso autore inoltre sostiene che sia comprensibile che in quei momenti siano sviluppate delle analisi filosofiche non necessarie una volta normalizzata la disciplina. Un argomento simile è proposto anche da De Toni e Bernardi, i quali, relativamente all'ABM, evidenziano come sia “abbastanza evidente che non si può ancora parlare formalmente di una teoria degli agenti perché non esistono né assunti, né postulati, né sono stati definiti assiomi o principi che spieghino un insieme di concetti teorici” (2009).

La prima parte di questo lavoro consiste nell'individuare elementi comuni nelle *teorie in competizione* riguardo uno degli aspetti cardine del nuovo paradigma: gli attributi e le caratteristiche che rendono un agente tale. Nella tabella sottostante sono mostrati i risultati, ottenuti consultando la letteratura scientifica sull'argomento e applicando le diverse condizioni a modelli notevoli al fine di determinare quali attributi siano effettivamente necessari.

Attributo	Descrizione	Riferimenti
Unicità	Differenza dalle altre entità almeno per un aspetto, relativo al proprio stato o alla propria regola di comportamento	Epstein (1999) Axtell et al. (2002) Pyka e Grebel (2006) Grimm e Railsback (2006) North e Macal (2007) Yu et al. (2009)
Stato	Presenza di almeno una condizione definita, riconoscibile e aggiornata ricorsivamente	Wooldridge e Jennings (1995) Borshchev e Filippov (2004) Grimm et al. (2005) Polhill (2008) Clarke (2014) Nava Guerrero (2016)
Percezione	Capacità di cogliere gli stimoli dell'ambiente	Wooldridge e Jennings (1995) Cuena e Ossowski (1999) Bousquet et al. (2002) Macy e Willer (2002) Neal e Neal (2013)
Autonomia	Capacità di cambiare il proprio stato anche in assenza di stimoli esterni	Wooldridge e Jennings (1995) Epstein (1999) Macy e Willer (2002) Ehrentreich (2008) De Toni e Bernardi (2009) Hawe et al. (2012) Heath (2012)
Abilità sociale	Capacità di percepire altre entità e di essere percepite da esse	Wooldridge e Jennings (1995) Epstein (1999) Axtell et al. (2002) Schieritz & Milling (2003) North & Macal (2007)
Reattività	Capacità di agire in funzione di un evento che si è in grado di percepire	Huth and Wissel (1992) Wooldridge e Jennings (1995) Ingham (1997) Pyka e Grebel (2003) Bousquet e Le Page (2004)
Proattività	Capacità di cambiare il proprio comportamento anche in assenza di stimoli esterni	Wooldridge e Jennings (1995) Franklin e Graesser (1997) Ingham (1997) Pyka e Grebel (2003) Majid et al. (2014)
Scopo	Capacità di raggiungere un obiettivo definito agendo in modo sia reattivo sia proattivo	Wooldridge e Jennings (1995) Ingham (1997) Grimm e Railsback (2006) Matthews et al. (2007) Singh et al. (2009)
Adattività	Capacità di variare le proprie regole di comportamento al fine di migliorare il modo in cui si persegue un obiettivo utilizzando una tecnica di apprendimento	Wooldridge e Jennings (1995) Casti (1997) Ingham (1997) Sen e Weiss (1998) Akkerman (2001)

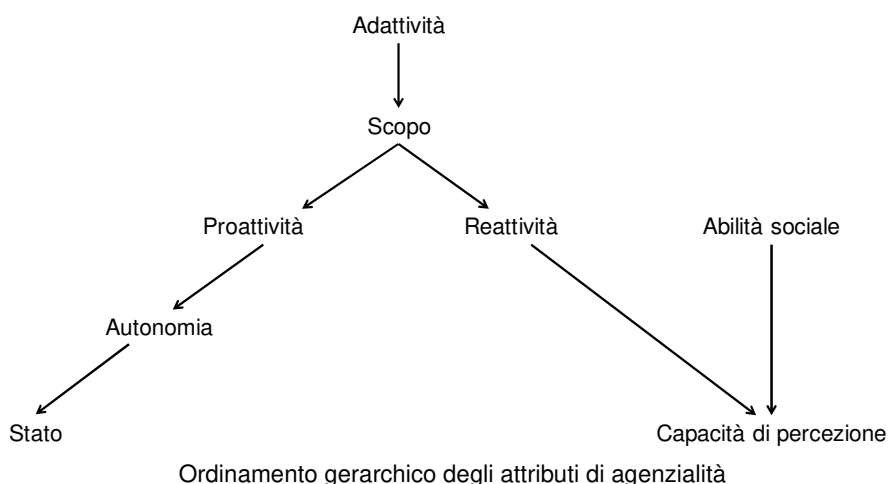
Attributi di agenzialità, con definizione e riferimenti bibliografici

2.2 Classificazione

Le condizioni mostrate nel paragrafo precedente sono prive di una struttura formale. Nelle fonti consultate nessun autore infatti propone un ordinamento gerarchico. Tuttavia vi sono almeno due ragioni per cui è interessante definire un insieme di relazioni esplicite fra i possibili attributi di agenzialità:

- una più chiara definizione di ciascuna condizione, grazie alla sua collocazione nel contesto relazionale (per esempio la proattività è un'estensione molto ridotta dell'autonomia, ed è evidente che dipenda strettamente da questa);
- una semplificazione del processo di definizione di agente (per esempio, se si stabilisce che una condizione è sufficiente perché ne valga una seconda, per stabilire se un'entità è un agente è necessario controllare solo la prima)

Il risultato è mostrato in figura 1.



Le frecce rappresentano una relazione di sufficienza. Per esempio, la freccia che va dalla reattività alla capacità di percezione indica che la presenza della prima è una condizione sufficiente affinché sia presente anche la seconda. La stessa sintassi può anche essere letta nell'altro senso con un significato ovviamente opposto. Per cui per un'entità la capacità di percezione è una relazione necessaria affinché questa possieda anche reattività. Nella tabella sottostante sono evidenziate le motivazioni che motivano ciascuna relazione. Le relazioni, per quanto siano definite ex-novo, sono facilmente collocabili in letteratura.

Coppia	Motivazione
Stato - autonomia	L'autonomia riguarda la capacità di cambiare stato
Percezione - abilità sociale	L'abilità sociale consiste nella capacità di percepire ed essere percepiti
Percezione – reattività	La reattività è la capacità di agire in risposta a un evento che si è in grado di percepire
Autonomia - proattività	Cambiare il proprio comportamento indipendentemente da eventi esterni necessita un cambiamento autonomo di stato
Reattività – scopo	La definizione di scopo implica un comportamento reattivo
Proattività – scopo	La definizione di scopo implica un comportamento proattivo
Scopo - adattività	Adattarsi per ottenere migliori risultati necessita di un sistema di valutazione dei risultati, e di modalità per raggiungerli

Relazioni fra i diversi attributi

Nella fase di classificazione la condizione di unicità è ignorata. Questo perché si tratta di una rielaborazione critica e, al netto della sua presenza in letteratura, si sono individuate due possibili strategie per non considerarla una condizione necessaria di agenzialità, almeno a livello epistemico:

1. se le regole di comportamento delle entità uguali e del contesto che vi si riferisce sono additive allora li si può considerare come un singolo e unico agente la cui regola di comportamento è “doppia”;
2. se invece non vi è additività li si può conoscere come un'unica entità, ignorando la presenza di una delle due.

3. Integrazione

3.1 Relazione fra agenti e sottosistemi

La proposta di integrazione esposta nelle prossime pagine si basa sull'idea che, sotto certe condizioni, sia possibile modellare un agente utilizzando un sottosistema dinamico. La nozione di agente come sistema di variabili non è presente nei documenti

analizzati: si tratta perciò di un'idea originale. Ciò nonostante vi sono due elementi che suggeriscono sia possibile percorrere questa strada:

1. alcuni autori individuano la presenza di uno stato come condizione necessaria affinché un agente sia tale;
2. il confronto fra automi cellulari e ABM.

Innanzitutto, come visto nella sezione precedente, si dice che un agente possiede uno stato quando vi è una condizione definita, riconoscibile e ricorsiva. Si può facilmente verificare che ogni agente, qualunque sia la sua accezione, soddisfi questa condizione. Il concetto di stato è inoltre uno dei fondamenti della TgdS, come mostra per esempio l'analisi compiuta al riguardo da Ashby (1957).

Per esplorare le relazioni fra automi cellulari e modelli basati su agenti è utile partire dal definire i primi. Secondo Deutsch e Dormann (2005), un automa cellulare è un modello "specified by the following definition:

- a regular discrete lattice (L) of cells (nodes, sites) and boundary conditions,
- a finite—typically small—set of states (E) that characterize the cells,
- a finite set of cells that defines the interaction neighborhood (NI) of each cell, and
- a rule (R) that determines the dynamics of the states of the cells".

Si possono individuare subito tre similitudini. La prima riguarda la presenza di uno spazio L. Ogni modello ABM ha infatti una caratterizzazione spaziale, almeno implicita in termini di relazioni fra gli agenti. In secondo luogo, gli agenti sono considerati interagire secondo un criterio di prossimità, considerando come prossimo l'insieme delle entità che ciascun agente è in grado di percepire. Di fatto viene definito un insieme NI dinamico. Infine ogni agente segue delle regole di comportamento allo stesso modo in cui ciascuna cella possiede una regola R che ne determina lo stato. E' quindi possibile modellare almeno una certa classe di agenti (quelli con un peculiare principio di vicinanza) attraverso l'utilizzo di un certo tipo di automi cellulari (quello le cui regole rispettano le condizioni di agenzialità). Dal momento che la Teoria degli Automi è inclusa all'interno della TGdS, anche questi elementi portano a considerare possibile l'integrazione fra i due paradigmi.

Una volta stabilita la possibilità di principio che un agente sia un sottosistema, è necessario definire un insieme di condizioni sotto le quali un sottosistema sia (o si

comporti) come un agente. In un altro senso, occorre determinare un insieme di vincoli che permettano di definire un insieme di sottosistemi che descrivono un agente. Dato che queste condizioni devono rispecchiare gli attributi di agenzialità mostrati in precedenza, nelle prossime pagine si svolge un'operazione di "traduzione" degli attributi di agenzialità in condizioni sugli elementi che caratterizzano un sottosistema. Così facendo si determina una classe di sottosistemi dei quali è possibile garantire l'agenzia.

3.2 Traduzione condizioni di agenzialità

In precedenza sono mostrate otto condizioni necessarie di agenzialità: stato, capacità di percezione, autonomia, abilità sociale, reattività, proattività, scopo e adattività. Nelle prossime pagine è mostrato come tradurle in termini di condizioni su un sottosistema di variabili. Nella notazione è fatto riferimento a due diversi sottosistemi del macrosistema S . Il primo è A ed è quello di cui si studia l'agenzia. Il secondo è C , è il contesto esterno di A ed è $C = S \cap \bar{A}$.

Stato: Per soddisfare la condizione di stato un sottosistema A deve possedere uno stato, ovvero essere dinamico. Ciò significa che il suo insieme degli stati deve essere non vuoto, ovvero $X_A \neq \emptyset$.

Capacità di percezione: Un sottosistema A ha capacità di percezione se possiede almeno un ingresso, che gli consente di percepire il proprio contesto esterno. Ciò significa che l'insieme degli input deve essere non vuoto, quindi $U_A \neq \emptyset$.

Autonomia: Affinché un sottosistema A soddisfi la condizione di autonomia almeno una parte della sua funzione di transizione deve essere indipendente dalla funzione dell'ingresso. In termini formali $\exists \varphi'_A \in \phi_A | (\varphi'_A: X_A \rightarrow X_A) \vee (u_i \in U_A | \varphi'_A(u_i, x) = \bar{x})$.

Abilità sociale: Un sottosistema A possiede abilità sociale se ha almeno un ingresso e se almeno una delle sue uscite è ingresso del sottosistema contesto C , per cui $\exists y_C \in Y_C | (y_C \in U_A) \wedge (\exists y_A \in Y_A | y_A \in U_C)$.

Reattività: Un sottosistema A soddisfa la condizione di reattività se almeno una parte della sua funzione di comportamento dipende da un ingresso, ovvero $\exists \eta'_A \in H_A | \eta'_A = \eta'_A(u_i, \cdot)$.

Proattività: Affinché un sottosistema A sia proattivo almeno una parte della sua funzione di comportamento deve essere indipendente dalla funzione dell'ingresso. In termini formali, $\exists \eta'_A \in H_A | (\eta'_A: X_A \rightarrow Y_A) \vee (u_i \in U | \eta'_A(u_i, x) = \bar{y})$.

Scopo: Per soddisfare la condizione di scopo un sottosistema A deve soddisfare cinque condizioni:

1. presenza di almeno un parametro o una variabile obiettivo g ;
2. presenza di almeno una variabile lr che indichi il livello di raggiungimento dell'obiettivo. L'insieme delle variabili lr_i è detto LR ;
3. presenza di una funzione di valutazione della distanza fra l'obiettivo g e il livello di raggiungimento lr , ovvero $v(g, lr) = |g - lr|$;
4. un comportamento proattivo nel raggiungere l'obiettivo, ovvero $(\exists \eta'_A \in H_A \wedge \eta'_A: LR' \times X_A \rightarrow Y_A | \exists u_i \in U_A \wedge v = v(u_i, \cdot) \wedge LR' \supseteq LR | \varphi_{LR}: LR' \rightarrow LR) \Rightarrow \exists \eta'_A: LR' \times X_A \times U_A \rightarrow Y_A | \eta'_A(u_i, \cdot) = \bar{y}$;
5. un comportamento reattivo nel raggiungere l'obiettivo, ovvero $\exists \eta'_A \in H_A, \eta'_A: LR \times X_A \times U_A \rightarrow Y_A$ per cui $\eta'_A(u_i, \cdot)$.

Adattività: Un sottosistema A è adattivo se possiede una tecnica di apprendimento e una forma di applicazione di questo apprendimento, consistente nella capacità di fare inferenza sui dati acquisiti al fine di migliorare il modo in cui si persegue il proprio scopo. Capacità di apprendimento significa che un sottosistema A possiede un insieme di stati di apprendimento X_L contenente memoria, diretta o indiretta, dei valori di v in funzione di diversi stati del sistema. L'utilizzo di questa capacità si divide in più elementi:

1. presenza di una funzione $\beta(X_L)$ che parametrizzi gli stati di apprendimento;
2. presenza di una funzione $f(X_{LR}, \beta(X_L))$ che associ il parametro allo stato del sistema in modo che per $t > t_n$ la funzione f sia approssimabile a v , ovvero $f(X_{LR}, \beta(X_L)) \approx v(G, LR)$;
3. una legge di comportamento influenzata da f e non da v e che porti a un miglioramento delle performance di raggiungimento dell'obiettivo.

In termini formali,

$$\exists X_L \supset X_A | \varphi_L: X_L \times LR \times G \rightarrow X_L \wedge \exists f: f(X_{LR}, \beta(X_L)) \approx v(G, LR) \text{ con } t_n > t_{\bar{n}} \wedge \beta | \varphi_\beta: \beta \times X_L \rightarrow \beta. \text{ Per cui } \exists \eta'(f) \in H_A | \text{ se } U_A(t_n) = U_A(t_{n+1}) \text{ allora } \eta'_{A,t_n}(f) \neq \eta'_{A,t_{n+1}}(f), \text{ con } f_{t_n}(\dots) \neq f_{t_{n+1}}(\dots)$$

4. Conclusioni

Il soggetto di questo lavoro è molto attuale. Per esempio negli atti della 34^a conferenza internazionale della System Dynamics Society, del 2016, appaiono ben quattro interventi sul tema. Dato il crescente interesse nei confronti dell'ABM, la possibilità di costruire modelli Agent-Based anche in ambienti di sviluppo basati su variabili è sicuramente significativa, soprattutto per tutti coloro che vogliono sviluppare modelli per agenti senza particolare competenze di programmazione o che cerchino un ambiente adatto all'implementazione di modelli ibridi. A questo proposito in Nava Guerrero et al. (2016) si sostiene che “the widespread adoption of hybrid SD-AB models will depend on the development of tools that are able to effectively integrate different modelling paradigms. Therefore, an area of research that should be encouraged is the development and refinement of free and open source hybrid modelling tools that they are easy to use and in which models can be documented”.

L'originalità del questo lavoro consiste nella prima proposta di un'integrazione che da una parte operi secondo i paradigmi della Teoria Generale dei Sistemi e non solo della System Dynamics, e dall'altra tenga anche conto degli attributi tipici di un agente. Entrambi questi elementi non sono presenti nella letteratura analizzata, da cui è stata tratta una serie di attributi considerati necessari a un agente per essere tale, traducendoli poi in una struttura gerarchica di condizioni su sottosistemi che permettono di modellare un agente attraverso l'uso di modelli basati su variabili.

Si intravedono numerosi possibili sviluppi futuri. Al proposito occorre sottolineare che il focus di questo lavoro sia endogeno, e riguardi principalmente la struttura del sottosistema piuttosto che il suo comportamento, da esso deducibile. Il risultato è appunto un insieme di condizioni interne che, una volta applicate, garantisce di lavorare su un agente in accordo alla logica della Teoria Generale dei Sistemi. Per cui è possibile pensare a un'estensione delle regole dal livello strutturale a quello comportamentale, attraverso l'ideazione di un insieme di condizioni sul comportamento di due entità, di cui una sia strutturalmente un agente, che ne garantisca l'omologia. In

questo modo si potrebbe caratterizzare l'agenzialità non solo dei sottosistemi la cui struttura soddisfa certe condizioni, ma anche di quelli che si comportano in modo omologo ai primi. Una seconda estensione del lavoro è invece legata all'implementazione concreta. Le condizioni descritte nella terza parte possono essere usate per sviluppare una forma di integrazione software, sia per "tradurre" modelli Agent-Based in variabili sia soprattutto per sviluppare un ambiente di sviluppo basato su variabili in grado di supportare nativamente l'implementazione di agenti. Questo consentirebbe non solo di semplificare la stesura di modelli basati su agenti, ma anche di creare un ambiente particolarmente adatto per l'implementazione di modelli ibridi.

Riferimenti bibliografici

- Akkermans H., Emergent supply networks: System dynamics simulation of adaptive supply agents, in Proceedings of the 34th Annual Hawaii International Conference on System Sciences (Hicss-34)-Volume 9 - Volume 9. IEEE Computer Society, Washington, DC, USA, 2001, p. 11-21.
- Ashby R. W., An Introduction To Cybernetics, Chapman & Hall Ltd, Londra, 1957.
- Axtell R. L., Epstein J. M., Dean J. S., Gumerman G. J., Swedlung A. C., Harburger J., Chakravarty S., Hammond R., Parker J., Parker M., Population growth and collapse in a multiagent model of the Kayenta Anasazi in Long House Valley, in Proceedings of the National Academy of Sciences May 2002, 99 (suppl 3), 2002, p. 7275-7279.
- Borshchev A., Filippov A., From System Dynamics and Discrete Event to Practical Agent Based Modeling: Reasons, Techniques, Tools, in Conference of the System Dynamics Society, July 25 - 29, 2004, Oxford, England.
- Bousquet F., Barreteau O., d'Aquino P., Etienne M., Boissau S., Aubert S. Le Page C., Babin D., Castella, J., Multi-agent systems and role games: Collective learning processes for ecosystem management. in Complexity and Ecosystem Management: The Theory and Practice of Multi-agent Systems, 2002, p. 248-285.
- Bousquet F., Le Page C., Multi-Agent Simulations and Ecosystem Management: A Review, in Ecological Modelling, Numero 176, 2004, p. 313-332.
- Casti J. L., Seeing the light at El Farol: A look at the most important problem in complex systems theory, in Complexity, Volume 1, Issue 5, May/June 1996 , p. 7–10.
- Clarke K., Cellular Automata and Agent-Based Models, in Fischer M., Nijkamp P., Handbook of Regional Science, Springer, 2014, p. 1217-1233.
- Cuena J., Ossowoski S., Distributed Models for Decision Support, in Weiss G., Multiagent Systems. A Modern Approach to Distributed Modern Approach to Artificial Intelligence, MIT Press, Cambridge, 1999, pp. 459-504.
- De Toni A.F., Bernardi E., Il pianeta degli agenti – Teoria e simulazione ad agenti per cogliere l'economia complessa, UTET Università, Trieste, 2009.
- Deutsch A., Dormann S., Cellular Automaton Modeling of Biological Pattern Formation, Characterization, Applications, and Analysis, Birkhauser, Boston, 2005
- Ehrentreich N., Agent-Based Modeling, Springer, Berlino, 2008.
- Epstein J., Agent-based computational models and generative social science, in Complexity, Volume 4, Issue 5, May/June 1999, p. 41–60.
- Franklin S., Graesser A., Is it an Agent or just a Program?: A Taxonomy for Autonomous Agents, in Jennings, Nicholas, R. and Michael Wooldridge, Intelligent Agents, Vol. III, Berlin, 1997.
- Grimm V., Berger U., Bastiansen F., Eliassen S., Ginot V., Giske J., Goss-Custard J., Grand T., Heinz S. K., Huse G., Huth A., Jepsen J. U., Jørgensen C., Mooij W. M., Müller B., Pe'er G., Piou C., Railsback S. F., Robbins A. M., Robbins M. M., Rossmanith E., Rügen N., Strand E., Souissi S., Stillman R. A., Vabø R., Visser U., DeAngelis D. L., A standard protocol for describing individual-based and agent-based models, in Ecological Modelling, Volume 198, Issues 1–2, 2006, p. 115-126.
- Grimm V., Railsback S., Agent-Based and Individual Based Modeling. A Practical Introduction, Princeton University Press, Princeton, 2006.
- Hawe G. I., Coates G., Wilson D. T., Crouch R. S., Agent-based simulation for large-scale emergency response: A survey of usage and implementation, in Journal ACM Computing Surveys, Volume 45, Issue 1, 2012, Article No. 8.

- Heath B. L., *The History, Philosophy, and Practice of Agent-Based Modeling and the Development of the Conceptual Model for Simulation Diagram*, Wright State University, 2010.
- Huth, A., Wissel C., *The simulation of the movement of fish schools*, in *Journal of Theoretical Biology*, vol. 156, 1992, pp. 365–385
- Ingham J., *What is an Agent?*, Centre for Software Maintenance, University of Durham, 1997.
- Kuhn T. S., *The structure of Scientific Revolution*, Chicago, University of Chicago Press, 1962.
- Macy M. W., Willer R., *From Factors to Actors: Computational Sociology and Agent-Based Modeling*, in *Annual Review of Sociology*, Volume 28, 2002, p. 143-166.
- Matthews R., Gilbert N., Roach A., Polhill G., Gotts N., *Agent-based land-use models: A review of applications*, Centre for Research in Social Simulation, 2007.
- Nava Guerrero G. d. C., Schwarz P., Slinger J. H., *A recent overview of the integration of System Dynamics and Agent-based Modeling and Simulation*, in *Proceeding of the 34th International Conference of System Dynamics*, 2016.
- Neal Z. P., Neal J. W., *The (In)compatibility of Diversity and Sense of Community*, in *American Journal of Community Psychology*, Volume 53, Issue 1-2, March 2014, p. 1–12.
- North M. J., Macal C. M., *Managing Business Complexity*, Oxford University Press, New York, 2007.
- Polhill J. G., Brown D., Grimm V., *Using the ODD Protocol for Describing Three Agent-Based Social Simulation Models of Land-Use Change*, in *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, 11 (2) 3, 2008.
- Pyka A., Grebel T., *Agent-Based Modelling – A Methodology for the Analysis of Qualitative Development Processes*, in *Agent-Based Computational Modelling: Applications in Demography, Social, Economic and Environmental Sciences*, Physica-Verlag, Heidelberg, 2006.
- Schieritz N., Milling P. M., *Modeling the Forest or Modeling the Trees A Comparison of System Dynamics and Agent-Based Simulation*, 2003.
- Sen S., Weiss G., *Learning in multiagent systems*, in *Multiagent systems: A modern introduction to distributed artificial intelligence*, MIT Press, Cambridge, 1998.
- von Bertalanffy L., *General System Theory*, George Brazillier Inc., New York, 1968.
- Wooldridge M., Jennings N. R., *Intelligent agents: theory and practice*, in *The Knowledge Engineering Review*, Volume 10:2, 1995, p. 115-152.
- Yu R., Pan M., Railsback, S. F., Leung P., *A Prototype Agent Based Fishery Management Model of Hawaii's Longline Fishery*, in *Proceedings of 18th World IMACS / MODSIM Congress*, p. 2170-2177.

